

Herleitung Kappa

22. Oktober 2024



Herleitung für $n = \kappa = \frac{c_p}{c_v}$

1. HS, geschlossenes System: $dE = Q - W$

$Q = 0$ (adiabat)

$W = p dV$ (reversible Volumenänderungsarbeit)

$dE = dU$ (pot. & kin. Energien vernachlässigbar)

Isentrope Zustandsänderung

$$\Rightarrow dU = -p dV$$

$$\Rightarrow m c_v dT = -p dV$$

$$\Rightarrow m c_v dT = -\frac{mRT}{V} dV$$

$$\Rightarrow \frac{c_v}{R} \frac{1}{T} dT = -\frac{1}{V} dV \quad \longrightarrow \quad \frac{c_v}{R} \int_{T_1}^{T_2} \frac{1}{T} dT = -\int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V} dV \quad \longrightarrow \quad \frac{c_v}{R} \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{R}{c_v}}$$

$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{c_p - c_v}{c_v}} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{c_p}{c_v} - 1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1}$$

mit: $dU = m c_v dT$ (für perfektes Gas, geschlossenes System)

mit: $p = \frac{mRT}{V}$ aus idealem Gasgesetz: $pV = mRT$

mit: $R = c_p - c_v$

mit: $n = \kappa = \frac{c_p}{c_v}$